

## Etape 1 (2 séances). Combien de carreaux ?

Il s'agit d'une situation d'introduction des grands nombres par le dénombrement d'une grande collection (carreaux d'une feuille de papier millimétré) pour donner un premier ordre de grandeur du million et pour que les élèves comprennent que le principe des groupements successifs par 10 se prolonge pour les nombres supérieurs à 9999 (étudiés en cycle 2). Les élèves apprennent à associer les rangs de l'écriture chiffrées aux différentes unités (dizaines de milliers, centaines de milliers, millions, etc.) et découvrent les relations entre ces nouvelles unités : 10 milliers font 1 dizaine de milliers, 10 dizaines de milliers font 1 centaine de millier et 10 centaines de milliers font 1 million...

A la fin de ces deux séances tous les élèves doivent avoir mémorisé la position des différentes unités dans l'écriture en chiffres. Pour cela il ne faut pas utiliser systématiquement le tableau de numération : il sert principalement lors des moments de synthèse mais les élèves n'en ont pas à leur disposition.

### Programmes 2016

#### Utiliser et représenter les grands nombres entiers:

- **Composer, décomposer les grands nombres entiers en utilisant des groupements par milliers.**  
»Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et leurs relations.
- **Comprendre et appliquer les règles de la numération aux grands nombres (jusqu'à 12 chiffres).**

### Séance 1 (55 minutes à 1h)

#### Matériel :

Des calculatrices (une par groupe). Des feuilles de papier millimétré : au moins 25 feuilles (cf. fiche à imprimer). Une feuille blanche pour chaque groupe. Fiche de synthèse sur les unités (cf. fiche).

Le tableau de numération n'est pas affiché dans la classe au début de la séance, il va se construire progressivement au cours des deux premières séances. Pour le moment il s'agit d'un tableau ne faisant apparaître que les rangs (pas les classes).

### Phase 1 : Appropriation. 7 min

Constituer les groupes de deux élèves (de niveaux homogènes).

**Faire passer la consigne 1 :** Vous disposez de deux feuilles devant vous. La feuille blanche sert à écrire votre résultat et à expliquer à vos camarades comment vous avez résolu le problème. Vous avez une feuille sur laquelle il y a beaucoup de petits carrés (montrer aux élèves ce qu'est un "petit carré" pour ne pas le confondre avec les grands carrés composés de 100 petits carrés). **Est-ce que vous avez une idée du nombre de petits carrés qu'il y a sur cette feuille ?**

Les élèves peuvent commencer par faire font des prévisions à l'oral. Ils parlent de mille, dix mille, cent mille, de millions, voire de milliards ...

**Écrire quelques prévisions** en lettres pour pouvoir s'y référer lors de la mise en commun.

**Faire passer la consigne 2 :** Maintenant vous allez devoir trouver **exactement** combien il y a de petits carrés sur toute cette feuille. Vous écrirez le nombre sur votre feuille de recherche. Vous avez le droit d'utiliser la calculatrice (si la classe n'est pas équipée, les élèves peuvent faire du calcul posé).

*NB : la réponse attendue (avec la feuille de papier millimétrée donnée) est  $280 \times 190 = 53200$ .*

### Phase 2 : Recherche, par binômes, 13 min

#### 2.1 Recherche en binômes, 4 min

Observer les procédures utilisées par les élèves.

#### Procédures attendues :

- Dénombrement des carrés un par un : c'est trop long, il faut trouver un moyen de s'organiser. Les élèves peuvent repérer des plus grands carrés de 10 sur 10 (donc de 100 petits carrés), ce qui peut leur permettre :

- Repérer des plus grands carrés de 10 sur 10 (donc de 100 petits carrés) et compter de cent en cent, les élèves peuvent repérer des plus grands carrés de 10 sur 10 (donc de 100 petits carrés)
- dénombrer les grands carrés de 10 sur 10 puis multiplier par 100 le nombre obtenu. Mais le dénombrement est encore fastidieux.
- dénombrer les carrés sur la longueur et la largeur de la feuille (en s'aidant des grands carrés de 10 sur 10) et utiliser la multiplication de ces deux nombres pour calculer le nombre total de carrés.

## 2.2 Relance collective, 4 min

Pour éviter que certains élèves ne s'enferment dans une longue procédure de comptage des carrés par un ou par cent, **organiser une courte discussion collective** en faisant remarquer qu'il est trop long de tout compter de un en un ou de cent en cent et qu'il faut trouver une méthode plus rapide.

**Rappeler** alors aux élèves qu'ils peuvent utiliser la calculatrice.

**Relancer** les élèves dans la recherche en leur demandant de trouver une méthode rapide.

**Indiquer** aux groupes les plus rapides qu'ils doivent expliquer leur démarche sur leur feuille de recherche en vue d'expliquer aux autres ensuite.

## 2.3 Reprise de la recherche, en binôme, 5 min

Les élèves terminent leur recherche et écrivent le nombre sur leur feuille. Les plus rapides écrivent sur leur feuille leur démarche et leurs calculs.

Les différentes procédures (cf ci-dessus) aboutissent à différents calculs :

-  $190+190+190$  ..... ou  $280+280+280$ ...

-  $19 \times 100 = 1900$  et  $1900 \times 28 = 53200$

-  $28 \times 100 = 2800$  et  $2800 \times 19 = 53200$

-  $190 \times 280 = 53200$

-  $19 \times 28 = 532$  et  $532 \times 100 = 53200$

- ...

## Phase 3 : Mise en commun des procédures, collectif, 8 min

**Consigne** : Quelques élèves vont venir nous présenter leur résultat et leur méthode pour trouver le nombre de carrés. Les autres vous devez écouter et dire si vous êtes d'accord.

Au cours de cette mise en commun il est important de ne pas dire le nom des nombres à l'oral (pour le moment), même si certains élèves savent le faire. Quand on écrit des nombres au tableau on ne marque pas l'espace entre les classes : on fait un petit espace entre chaque rang : 5 3 2 0 0.

**Commencer** par un groupe qui n'a pas été au bout ou qui a fait une erreur et aller vers des procédures de plus en plus rapides. Quand les élèves indiquent leurs calculs (comme  $28 \times 19$  par exemple), **leur demander d'expliquer** à quoi correspondent chacun des nombres (par exemple 28 et 19 sont le nombre de grands carrés sur la longueur et la largeur). **Poursuivre** la mise en commun avec des procédures de plus en plus rapides.

## Phase 4 : Une première synthèse, collectif, 5 min

**Demander** aux élèves si on a atteint "un million", comme certains l'avaient prédit. **Montrer** le nombre 5 3 2 0 0 et **interroger** les élèves sur la valeur du 2, du 3 puis du 5.

**Présenter** alors l'illustration de ces différentes unités avec le papier millimétré (cf. fiche) et définir une nouvelle unité, la dizaine de millier :

- 1 dizaine de milliers = 10 milliers.

- les dizaines de milliers s'écrivent au 5ème rang à partir de la droite dans l'écriture en chiffres. **Illustrer** cela en ajoutant une nouvelle colonne dans le tableau de numération (tableau en rangs seulement pour le moment, pas en classes). **Expliquer** l'abréviation utilisée dans le tableau : DM pour dizaines de mille.

- donc 1 dizaine de milliers s'écrit 10000 (4 zéros). Ce nombre se dit "dix-mille".

DM	M	C	D	U

## Phase 5 : présentation du nouveau problème, collectif, 3 min

L'enseignant rappelle que des élèves avaient proposé « un million » de petits carrés sur la feuille.

**Consigne :** Combien faudrait-il de feuilles de papier millimétré pour avoir **un million** de petits carrés ?

*NB : la réponse attendue (avec la feuille de papier millimétré fournie) est 19 feuilles car  $19 \times 53200 = 1\ 010\ 800$  (alors que  $18 \times 53200 = 957\ 600$ ).*

## Phase 6 : recherche, binômes, 10 min

### 6.1 Recherche en binômes, 3 min

Certains élèves ne savent pas comment s'écrit un million en chiffres et sont vite bloqués. Ne pas leur donner tout de suite la réponse : les laisser s'interroger.

### 6.2 Relance collective, 2 min

Au bout de 2 ou 3 minutes **faire un bilan** sur l'écriture de « un million » en chiffres. **Préciser** que le nombre 1 0 0 0 0 (proposé par certains élèves) est égal à « une centaine de milliers » et que « un million » s'écrit "1 0 0 0 0 0". **Ecrire** ce nombre au tableau (avec un espace entre chaque chiffre). **Indiquer** qu'il y a 6 zéros.

### 6.3 Reprise de la recherche, en binôme, 5 min

Avec leur calculatrice, les élèves peuvent faire des additions répétées ou essais de multiplications en partant du nombre de carrés par feuilles (53200) ou bien partir de 1000000 et faire des soustractions successives ou une division. Les procédures d'addition ou de soustraction sont très fastidieuses et ils risquent de ne pas aller au bout ou bien de faire des erreurs dans le dénombrement du nombre d'additions ou soustractions réalisées.

## Phase 7 : Mise en commun, collectif, 5 min

Comme pour la mise en commun de la séance précédente, l'enseignant s'attache à ne pas dire le nom des nombres à l'oral, même si certains élèves savent le faire. Quand il écrit des nombres au tableau il ne marque pas l'espace entre les classes.

**Consigne :** J'ai choisi quelques (deux ou trois) élèves qui vont venir nous présenter la façon dont ils ont cherché le nombre de carrés et ce qu'ils ont trouvé. Les autres vous devez écouter et dire si vous êtes d'accord avec la méthode et avec le résultat.

Quand la classe est d'accord sur les 19 feuilles il demande aux élèves le nombre de carrés en trop sur la dernière feuille (10800). Il découpe alors ces carrés dans la dernière feuille et construit un affichage du million avec ces 19 feuilles (dont la dernière est amputée de 10800 carrés) qui servira à la synthèse (début de séance suivante).

## Phase 8 : synthèse sur la centaine de milliers et le million, en collectif, 10 min

**Rappeler** les nouveaux nombres rencontrés en écrivant 1 0 0 0 0 0 et 1 0 0 0 0 0 0 au tableau.

**Définir** alors une nouvelle unité en appui sur une collection de 10 groupes de 10 000 :

- 1 centaine de milliers = 10 dizaines de milliers.
- les centaines de milliers s'écrivent au 6ème rang à partir de la droite dans l'écriture en chiffres. Cela est illustré en ajoutant une nouvelle colonne dans le tableau de numération (tableau en rangs seulement pour le moment, pas en classes). **Expliquer** l'abréviation utilisée dans le tableau : CM pour centaines de mille.
- donc 1 centaine de milliers s'écrit 100000 (5 zéros) et se dit "cent-mille"

CM	DM	M	C	D	U

Ensuite, en appui sur la représentation du million que la classe vient de construire, **définir** la nouvelle unité "million" :

- 1 million = 10 centaines de milliers.
- les millions s'écrivent au 7ème rang à partir de la droite dans l'écriture en chiffres. Cela est illustré en ajoutant une nouvelle colonne dans le tableau de numération (tableau en rangs seulement pour le moment, pas en classes). **Expliquer** l'abréviation utilisée dans le tableau :  $\overline{M}$  pour million.

- donc 1 million s'écrit 1000000 (6 zéros) et se dit "un-million"

$\bar{M}$	CM	DM	M	C	D	U

## Séance 2 (55 minutes environ)

### Matériel

Affiche des groupements de la séance précédente.

Affiche du tableau de numération de la séance précédente (ou bien tracé au tableau).

### Phase 1 : rappels, collectifs, 8 min

#### 1.1 Rappel de la séance précédente

Faire rappeler le travail de la séance précédente en appui sur les affichages (les différents groupements).

**1.2 Jeu du furet oral sur l'ordre des unités.** L'enseignant commence à dire « unité », un élève poursuit avec « dizaine », un autre avec « centaine », etc.

Le but est que les élèves mémorisent l'ordre des unités : U, D, C, M, DM, CM,  $\bar{M}$ .

Variante : à l'envers.

### Phase 2 : jeu du « qui est-ce ? », dénombrements sans conversion, 30 min

*L'objectif est de permettre aux élèves de s'approprier le rang de chaque unité (notamment, dizaines de mille, centaines de mille, million, ...) dans l'écriture en chiffres.*

#### 2.1 Présentation du problème

Laisser l'affiche des différents groupements au tableau.

**Ecrire** un nombre en chiffres (par exemple 3 0 4 7 2 0 4) au dos du tableau (ou sur une ardoise) de telle façon qu'il ne peut pas être vu par les élèves.

**Dire** aux élèves qu'il va falloir retrouver le nombre mystère à partir des informations données.

En montrant les affiches correspondantes (millions, centaines de milliers, ...) :

- donner une description orale du nombre en unités. Par exemple : « pour faire ce nombre de carrés il faudrait utiliser 3 millions de carrés (montrer l'affiche correspondant à 3 millions), 4 dizaines de milliers de carrés (idem), 7 milliers de carrés (idem), 2 centaines de carrés et 4 carrés ».
- et écrire ce nombre avec des abréviations au tableau : 3 $\bar{M}$  4DM 7M 2C 4U.

**Dire** aux élèves qu'ils doivent alors écrire en chiffres le nombre mystère sur leur ardoise.

Nombres proposés :

- 3 0 4 7 2 0 4 puis 1 0 9 0 0 7 0 0 puis 8 0 4 0 0 3 0 0 0, en énonçant les unités de la plus grande à la plus petite (3 millions, 4 dizaines de milliers, ...)
- 4 0 0 7 0 5 1 puis 3 0 9 0 0 0 5 0 en énonçant les unités de la plus petite à la plus grande (1 unité, 5 dizaines, ...)
- 5 0 1 2 0 0 7 0 en énonçant les unités dans le désordre (2 dizaines de milliers, 5 dizaines de millions, 7 dizaines, 1 centaine de milliers)

*NB : Les nombres sont choisis avec des zéros à certains rangs pour amener les élèves à utiliser le 0 pour marquer la position des chiffres non nuls.*

#### 2.2 Recherche individuelle

Les élèves écrivent le nombre en chiffres sur leur ardoise.

*Exemples de réponses erronées pour 4 0 0 7 0 5 1 (énoncé dans l'ordre croissant des unités) :*

- 1 5 7 4 (juxtaposition des nombres d'unités, sans prise en compte de l'ordre des unités)
- 4 7 5 1 (juxtaposition des nombres d'unités, avec prise en compte de l'ordre des unités)

#### 2.3 Discussion collective.

**Recueillir** les différentes réponses au tableau (ardoise ou réécriture des nombres par l'enseignant).

**Faire échanger** les élèves sur leur validité : ils doivent se mettre d'accord sur une seule réponse. Les discussions vont amener à utiliser la valeur des chiffres dans l'écriture. Le tableau de numération (toujours en rangs pour le moment, pas en classes) peut aider.

*Exemple : un élève écrit 4 7 5 1 pour "1 unité, 5 dizaines, 7 milliers, 4 millions", on peut interroger un autre élève sur la valeur de ce 4 : pour avoir 4 millions il faut avoir 6 chiffres à sa droite (ou bien que le 4 soit au 7ème rang).*

Une fois tout le monde d'accord, **montrer le nombre mystère** en retournant le tableau (ou l'ardoise) et **comparer les deux écritures** (il n'est pas utile de lire le nombre pour le moment : l'objectif étant de travailler la relation entre les différentes unités et l'écriture en chiffres).

**Poursuivre l'activité** avec un autre nombre.

### Phase 3 : Eléments de synthèse, rappels, 8 min

**Définir** les nouvelles unités rencontrées et poursuivre jusqu'aux centaines de millions (CM2 : centaines de milliard) :

- 1 dizaine de milliers = 10 milliers, 1 centaine de milliers = 10 dizaines de milliers, 1 million = 10 centaines de milliers, 1 dizaine de millions = 10 millions, 1 centaine de millions = 10 dizaines de millions.
- Les dizaines de milliers s'écrivent au 5<sup>ème</sup> rang à partir de la droite, les centaines de milliers au 6<sup>ème</sup> rang, les millions au 7<sup>ème</sup> rang, les dizaines de millions au 8<sup>ème</sup> rang, les centaines de millions au 9<sup>ème</sup> rang

Exemple : 5CM 1M 4CM 3M 8U = 1 403 008

CM	DM	M	CM	DM	M	C	D	U
Centaine de millions	Dizaine de millions	Million	Centaine de milliers	Dizaine de milliers	Millier	Centaine	Dizaine	Unité
5		1	4		3			8

**CM2** : ajouter les milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.

*NB* : le tableau de numération est construit progressivement : pour le moment il ne contient que les unités, ce qui correspond à l'extension du système d'écriture des nombres en chiffres au-delà du millier. Le tableau avec les classes sera institutionnalisé lors de la prochaine étape.

#### Trace écrite

##### Les unités des grands nombres.

- 1 dizaine de milliers = 10 milliers,
- 1 centaine de milliers = 10 dizaines de milliers,
- 1 million = 10 centaines de milliers,
- 1 dizaine de millions = 10 millions,
- 1 centaine de millions = 10 dizaines de millions.

CM	DM	M	CM	DM	M	C	D	U
Centaine de millions	Dizaine de millions	Million	Centaine de milliers	Dizaine de milliers	Millier	Centaine	Dizaine	Unité

**CM2** : ajouter les milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.

### Phase 4 : Exercices d'entraînement, individuel, 10 min

**Exercice. Complète le tableau.**

Écriture en unités	Écriture en chiffres
2 dizaines, 7 dizaines de milliers et 5 millions	
8 centaines de milliers	

9 unités, 8 centaines, 4 milliers, 1 centaine de milliers et 6 millions	
3 dizaines de milliers et 6 dizaines de millions	
7 millions et 2 centaines de milliers	
5 centaines de millions	
5 milliers, 3 millions et 1 dizaine de millions	
1 centaine de millions, 7 centaines de milliers	
	4 000 000
	6 030 004
	70 100 000
	900 650 020

**CM2** : ajout de cas avec milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.

Écriture en unités	Écriture en chiffres
5 milliards 7 millions	
8 centaines de milliards	
2 centaines, 7 milliers, 3 centaines de milliards	
5 dizaines de millions et 9 dizaines de milliards	
8 millions et 2 centaines de milliards	
	3 000 000 000
	70 300 000
	600 000 008 000
	9 002 005 000

## Exemples d'exercices de manuels

### Convertir entre unités

#### Opération Maths CM1 (Hatier 2016)

Combien d'unités de mille y a-t-il dans 1 dizaine de mille ?  
Combien d'unités de mille y a-t-il dans 1 centaine de mille ?

**Complète.**

a. 7 dizaines de mille, c'est ... unités de mille.  
7 dizaines de mille, c'est ... unités.

b. 4 centaines de mille, c'est ... unités de mille.  
4 centaines de mille, c'est ... unités.

Combien de dizaines y a-t-il dans 42 300 ?  
Combien de centaines y a-t-il dans 1 500 ?  
Combien d'unités de mille y a-t-il dans 23 000 ?

**Écris en chiffres.**

a. 3 unités de mille      c. 7 centaines de mille  
b. 9 centaines            d. 8 dizaines de mille

#### Cap Maths CM1 (Hatier 2016)

**Complète.**

- a. 1 centaine de milliers = ... milliers  
b. 1 centaine de milliers = ... dizaines de milliers  
c. 1 dizaine de milliers = ... milliers  
d. 1 dizaine de milliers = ... centaines  
e. 3 centaines de milliers = 300 ...  
f. 60 dizaines de milliers = 600 ...

## Composer un nombre

### Cap Maths CM1 (Hatier 2016)

Écris en chiffres chacun de ces nombres.

- a. 3 dizaines de milliers, 2 centaines, 8 dizaines
- b. 4 milliers, 10 centaines
- c. 6 dizaines de milliers, 12 milliers, 43 dizaines
- d. 13 milliers, 24 centaines
- e. 13 milliers, 13 centaines, 13 dizaines, 13 unités
- f. 245 centaines, 245 unités

Complète.

- a.  $(4 \times 1\ 000) + (6 \times 10) + 9 = \dots$
- b.  $(9 \times 10\ 000) + (6 \times 100) + (4 \times 10) = \dots$
- c.  $(3 \times 1\ 000\ 000) + (5 \times 1\ 000) + 7 = \dots$
- d.  $(5 \times 10\ 000\ 000) + (2 \times 1\ 000\ 000) = \dots$

Complète.

- a.  $(7 \times 10\ 000) + (8 \times 1\ 000) + (9 \times 100) = \dots$
- b.  $(6 \times 10\ 000) + (14 \times 100) + 9 = \dots$
- c.  $(250 \times 1\ 000) + (250 \times 100) = \dots$
- d.  $600\ 029 = (\dots \times 1\ 000) + (\dots \times 10) + \dots$
- e.  $35\ 807 = (\dots \times 1\ 000) + \dots$
- f.  $408\ 150 = (\dots \times 1\ 000) + (\dots \times 10)$

## Décomposer un nombre (de manière canonique)

### Opération Maths CM1 (Hatier 2016)

Décompose chaque nombre en unités de numération.

exemple : 709 450, c'est 7 centaines de mille, 9 unités de mille, 4 centaines et 5 dizaines.

- a. 340 760      b. 67 085      c. 703 209      d. 40 569      e. 807 050      f. 870 500

### Les nouveaux outils pour les maths CM1 (Magnard 2016)

\* Décompose les nombres.

Ex. :  $420\ 607 = (420 \times 1\ 000) + (6 \times 100) + 7$

- a. 54 236      c. 710 205      e. 43 702
- b. 24 006      d. 430 007      f. 320 360

## Prolongement : dénombrement avec des conversions entre unités

Il s'agit du même problème de dénombrement que dans la séance 2, mais avec plus de dix unités à certains ordres pour mettre en jeu les relations entre unités.

Exemples :

- 25 dizaines milliers de carrés, 4 centaines de milliers de carrés et 6 millions de carrés
- 7 C, 2 M, 43 CM et 1  $\bar{M}$
- 4  $\bar{M}$ , 5 CM, 32 DM, 1 C et 7 U
- ...

Choix des collections à dénombrer : plus de 10 unités à certains ordres, des nombres importants d'unités (supérieurs à 30 ou 40) pour rendre très coûteuses les procédures s'appuyant sur un dessin. On privilégie les cas avec une seule conversion au début.

**CM2** : ajouter des cas avec milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.

Pour la mise en commun des réponses des élèves **utiliser l'affiche des différents groupements** pour rappeler les relations entre unités (groupements successifs par 10).

**NB** : Il n'est pas utile de lire le nombre dans cette situation : l'objectif étant de travailler la relation entre les différentes unités et l'écriture en chiffres.