

Etape 2 (2 séances). Les millions : la classe !

On peut considérer la lecture des grands nombres comme une décomposition particulière des grands nombres (en millions, milliers et unités). Pour amener les élèves à comprendre le fonctionnement de la numération parlée ils travailleront donc sur des décompositions variées de grands nombres (séance 3) par un jeu de commandes. Puis dans la séance 4 ils apprendront à lire des grands nombres (écriture en chiffres → oral) et à les écrire en chiffres (écriture en chiffres → écriture en lettres) dans un jeu de communication. Ces différentes étapes doivent permettre aux élèves de dépasser cette principale difficulté : l'écriture des 0 qui ne s'entendent pas. La classe des millions et les espaces entre les classes dans l'écriture chiffrée ne sont introduits qu'en fin de séance 4.

Programmes 2016

Utiliser et représenter les grands nombres entiers:

- **Composer, décomposer les grands nombres entiers en utilisant des groupements par milliers.**
» Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et leurs relations.
- **Comprendre et appliquer les règles de la numération aux grands nombres (jusqu'à 12 chiffres).**

Séance 1 (55 minutes à 1h)

Objectif : Connaître et utiliser les relations entre milliers, dizaines de milliers, centaines de milliers et millions (CM2 : jusqu'aux centaines de milliards). Savoir décomposer un nombre selon différentes unités.

Matériel

Affiches des séances précédentes avec le papier millimétré (unité, dizaines, ..., million).

Une ardoise pour chaque élève.

Phase 1 : Jeu de commande sans contrainte (rappel des connaissances de l'étape 1), 10 min

1.1 Présentation de la situation

Rappeler et montrer aux élèves les différents groupements obtenus lors du dénombrement des carrés de feuilles de papier millimétré : unité, dizaine, centaine ... jusqu'à un million (19 feuilles dont la dernière est amputée de quelques carrés).

Ecrire au tableau le premier nombre : 1 0 5 0 6 8 0.

Dire aux élèves qu'il va falloir qu'ils commandent à l'enseignant ce qu'il faut d'unités, de dizaines, de centaines, ... pour faire le nombre de carrés demandés. Pour cela ils écrivent sur leur ardoise en utilisant les abréviations U, D, C, M, DM, CM, \bar{M} , $D\bar{M}$, $C\bar{M}$ (et **CM2** : $\bar{\bar{M}}$, $D\bar{\bar{M}}$, $C\bar{\bar{M}}$).

Nombres proposés : 1 0 5 0 6 8 0 puis 5 7 0 0 6 1 0 0 (**CM2** : 2 0 0 3 0 0 6 0 0 0 puis 4 0 8 0 0 1 0 0 3 0 0)

1.2 Recherche individuelle

Les élèves écrivent leur commande en unités sur leur ardoise.

NB : cacher le tableau de numération pendant la recherche et la discussion. Il peut être ressorti si besoin mais ne doit pas être systématiquement visible.

1.3 Discussion collective.

Recueillir différentes réponses au tableau (ardoise ou réécriture des nombres par l'enseignant).

Les élèves doivent se mettre d'accord sur une seule réponse. Les discussions doivent amener à rappeler la valeur des chiffres dans l'écriture. Le tableau de numération (toujours en rangs pour le moment, pas en classes) peut aider.

NB : Quand l'enseignant écrit un nombre au tableau il marque un espace entre chaque chiffre (pour le moment les classes ne sont pas matérialisées par un espace). Le nombre n'est pas oralisé (le travail sur la façon de lire le nombre est l'objet de la partie suivante). Le tableau de numération est caché.

Phase 2 : Jeu de commande avec contraintes. Introduction des décompositions en unités, milliers et millions. 20 min

2.1 Présentation du nouveau problème

Dire aux élèves que maintenant pour faire la collection de carrés ils ne vont plus pouvoir utiliser certaines unités, qui ne sont pas disponibles.

Ecrire le premier nombre au tableau : 2 4 0 0 6 0 0.

Dire aux élèves qu'ils ne pourront pas utiliser le groupement de « un million de carrés ». Il va donc falloir qu'ils commandent ce qu'il faut d'unités, de dizaines, de centaines, ..., de centaines de milliers pour faire le nombre de carrés demandés. Pour cela ils écrivent sur leur ardoise en utilisant les abréviations U, D, C, M, DM, CM, ...

Nombres proposés :

- 2 4 0 0 6 0 0 puis 7 2 5 0 0 0 0 avec la contrainte « pas de carrés par millions »
- 5 6 5 0 0 8, 2 1 0 5 0 8 6 puis 3 5 0 0 2 7 1 0 avec la contrainte « seulement des unités, milliers et millions de disponibles »

Adaptation CM2 : 7 2 5 0 0 0 0 avec la contrainte « pas de carrés par millions », 5 2 0 0 0 0 3 0 0 0 avec la contrainte « pas de carrés par milliards » puis 1 5 0 2 3 0 0 0 0 0 0 et 6 7 0 0 0 5 0 2 0 0 avec la contrainte « seulement des unités, milliers, millions et milliards de disponibles »

NB : cacher le tableau de numération pendant la recherche et la discussion. Il peut être ressorti si besoin mais ne doit pas être systématiquement visible.

2.2 Recherche individuelle

Remarque : ici pas de tableau de numération, ni à montrer, ni à disposition des élèves.

Les élèves écrivent leur commande en unités sur leur ardoise.

Exemples de propositions d'élèves pour 5 6 5 0 0 8 en utilisant des unités, milliers et millions :

- Correctes : 565M 8U
- Correctes mais non attendues ici : 0MM 565M 8U ou 565M 008U (l'écriture des zéros est inutile), 560M 5008U ou 565 008U ou 500M 65008U (écritures non minimales : l'enseignant précisera dans la mise en commun qu'il faut utiliser le moins possible d'unités, de milliers et de million pour faciliter la commande).
- Erronées : 5MM 65M 8U,

2.3 Discussion collective.

Recueillir différentes réponses au tableau (ardoise ou réécriture des nombres par l'enseignant).

Les élèves doivent se mettre d'accord sur une seule réponse. Les discussions doivent amener à utiliser les relations entre unités à partir des propositions des élèves. L'utilisation des affiches d'unités peut aider.

Par exemple :

- Pour la commande sans million : $24\text{CM } 6\text{M} = 2\overline{\text{M}} \text{ } 4\text{CM } 6\text{M} = 2 \text{ } 4 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 6 \text{ } 0 \text{ } 0$ car $2\overline{\text{M}} = 20 \text{ CM}$, ce qui peut être illustré avec les affiches de centaines de milliers et millions.
- Pour la commande avec seulement unités, milliers et millions : 2 millions 105 milliers 86 unités = $2\text{MM } 1\text{CM } 5\text{M } 8\text{D } 6\text{U}$, ce qui permet de retrouver l'écriture en chiffres 2 1 0 5 0 8 6. Cette fois ce sont les relations du type $1\text{CM} = 100\text{M}$ ou $1\text{DM} = 10\text{M}$ qui sont en jeu.

Phase 3 : Synthèse sur les décompositions des grands nombres. 10 min.

Faire la synthèse en demandant aux élèves comment ils font pour décomposer un grand nombre en unités, milliers et millions.

Faire émerger que pour décomposer on découpe l'écriture en chiffres aux rangs des milliers et de millions, comme l'illustre ce tableau :

CM	DM	M	CM	DM	M	C	D	U
4	0	3	0	1	2	0	6	8

403 millions
12 mille
68 unités

CM2 : ajouter les milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.

Phase 4 : Exercices individuels. 15 min.

(Cf. fiche d'exercices)

Complète.

1. Trouve trois décompositions différentes de ce nombre.

- 3 7 5 0 0 0 0 =
- 3 7 5 0 0 0 0 =
- 3 7 5 0 0 0 0 =

2. Décompose ces nombres en millions, milliers et unités.

- a. 7 3 0 5 0 1 0 =
- b. 6 0 3 0 0 8 0 0 =
- c. 1 4 5 0 0 8 0 0 7 =
- d. 1 0 0 5 0 0 0 =
- e. 3 0 5 0 0 0 0 4 1 =

3. Conversions entre unités

- a. 10 milliers = ... dizaine de milliers
- b. 20 dizaines de milliers = ... centaines de milliers
- c. 1 centaine de milliers = ... dizaines de milliers
- d. 3 centaines de milliers = milliers
- e. 10 centaines de milliers = million
- f. 30 centaines de milliers = millions
- g. 4 millions = centaines de milliers
- h. 5 dizaines de millions = millions
- i. 3 centaines de millions = dizaines de millions
- j. 5 centaines de millions = millions
- k. 20 millions = dizaines de millions

CM2 : ajout de cas avec milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.

- l. 10 milliards = ... dizaine de milliards
- m. 20 dizaines de milliards = ... centaines de milliards
- n. 1 centaine de milliards = ... dizaines de milliards
- p. 3 centaines de milliards = milliards

Séance 2 (55 minutes à 1h)

Objectif : Savoir lire et écrire des grands nombres. Comprendre le lien entre lecture/écriture des grands nombres et décomposition en unités, milliers et millions.

Phase 1 : Rappel sur les décompositions en unités, milliers et millions. 5 min.

Pour rappeler le travail de la séance précédente, **proposer quelques décompositions** en unités, milliers et millions sur une ardoise ou un cahier (par exemple : 6 7 4 1 3 0 0 et 8 5 3 2 0 0 0 4 0).

CM2 : ajout de cas avec milliards.

Phase 2 : Lire des grands nombres. 8 min.

Remarque : cette phase 2 est courte (trois nombres suffisent), le but étant de confronter rapidement les élèves à l'étape suivante.

2.1 Lire trois nombres écrits au tableau. Collectif.

Annoncer que maintenant nous allons apprendre à dire les grands nombres comme dans la vie courante, c'est à dire sans dire « dizaine de millier » par exemple.

Ecrire trois nombres en chiffres au tableau avec des espaces entre chaque chiffre. Pour chaque nombre les élèves doivent le lire « dans leur tête » et lever la main quand ils pensent savoir. Un élève est interrogé. Les autres disent s'ils sont d'accord. En cas de difficulté donner la réponse en faisant le lien avec les décompositions produites dans la phase précédente.

Nombres proposés : 2 5 9 0 0, 9 0 6 7 3 0, 8 3 4 5 8 0 7 (les nombres sont choisis pour éviter pour le moment la difficulté du zéro muet).

CM2 : des cas avec milliards : 6 0 0 0 5 0 0 0 0 0, 3 7 0 0 2 0 0 0 0 0 0.

2.2 Première synthèse rapide sur la lecture des grands nombres. Collectif.

Expliquer le lien entre la décomposition en millions, milliers et unités (cf. phase 2) et la lecture du nombre.

Exemple écrit au tableau : 8 3 4 5 8 0 7 = 8 millions 345 milliers 807 unités

Donc 8 3 4 5 8 0 7 se lit huit-millions-trois-cent-quarante-cinq-mille-huit-cent-sept.

A partir de la décomposition en millions, milliers et unités il suffit donc de remplacer "milliers" par "mille" pour dire le nombre.

Phase 3 : Ecrire des grands nombres en chiffres. 20 min.

3.1 Présentation du problème

Ecrire un nombre en chiffres (par exemple 6 0 5 2 8 0 4) au dos du tableau (ou sur une ardoise) de telle façon qu'il ne peut pas être vu par les élèves.

Un élève vient lire ce nombre à haute voix derrière le tableau (ou sur une ardoise) sans le montrer aux autres, mais pour que les autres puissent le retrouver.

Ecrire en toutes lettres ce nombre au tableau (six-millions-cinquante-deux-mille-huit-cent-quatre).

Les autres élèves doivent alors retrouver le nombre mystère (ils écrivent en chiffres sur leur ardoise le nombre).

Choix de l'élève qui vient au tableau : pour les premières fois il est important de choisir un élève dont on pense qu'il va réussir à le lire correctement pour faciliter la gestion de la mise en commun.

Nombres proposés : 5 8 2 3 0 7 0 0, 1 0 0 2 0 5 4, 4 7 0 8 0 3 0 9, 6 5 1 0 0 0 0 4, ... (les nombres sont choisis avec des zéros à certains rangs pour travailler sur la principale difficulté : les zéros que l'on n'entend pas à l'oral).

CM2 : des cas avec milliards : 8 0 0 3 0 2 0 0 0 0, 4 9 0 4 2 0 0 3 0 0 0.

3.2 Recherche individuelle

Les élèves écrivent le nombre en chiffres sur leur ardoise.

Exemples de réponses erronées pour 1 0 0 2 0 5 4 :

- 1 0 0 0 0 0 2 0 0 0 5 0 4 ou des variantes comme 1 0 0 0 0 2 0 0 0 5 4 ... (l'élève écrit ce qu'il entend)
- 1 2 5 4 ou 1 2 0 5 4 ou ... : difficulté de prise en compte des zéros muets (que l'on n'entend pas à l'oral).
- Des écritures proches du nombre proposé (comme 1 0 0 2 0 6 4) qui peuvent révéler des difficultés liées à la mémorisation (mémoire à court terme) de la suite de mots énoncée à l'oral.

3.3 Discussion collective.

Recueillir les différentes réponses au tableau (ardoise ou réécriture des nombres par l'enseignant).

Les élèves doivent se mettre d'accord sur une seule réponse. Les discussions doivent amener à décomposer les nombres proposés par les élèves pour les invalider. Le tableau de numération (toujours en rangs pour le moment, pas en classes) peut aider.

Une fois tout le monde d'accord, l'élève au tableau montre le nombre de départ et on compare les deux écritures. L'élève qui a lu le nombre a pu aussi faire une erreur ...

Un autre élève prend sa place et l'activité se poursuit avec un autre nombre.

Exemple : un élève écrit 1 2 0 5 4 pour "un-million-deux-mille-cinquante-quatre", on peut lire ce nombre en unités 1DM 2 M 5D 4U et constater qu'il n'y a pas de million. Pour avoir un million il faut que le 1 soit au 7ème rang (donc qu'il y ait 6 chiffres à sa droite).

Autre dispositif possible : avec un logiciel de dictée vocale sur ordinateur ou téléphone portable de l'enseignant (possible avec Google Translate® qui est gratuit : on écrit en chiffres dans le mode « anglais » mais sans espace ni point ni virgule, et on demande la traduction en français avec dictée vocale). Du coup on fait discuter les élèves et après on fait lire par le logiciel les différentes propositions pour vérification.

Phase 4 : Synthèse sur la lecture et l'écriture des grands nombres. 10 min.

Faire la synthèse en demandant aux élèves comment ils font pour lire un grand nombre qui est écrit en chiffres, puis pour écrire en chiffres un grand nombre. On peut s'appuyer sur les deux exemples proposés dans la trace écrite ci-dessous.

Faire émerger que pour lire ou écrire des grands nombres on s'appuie sur une décomposition en millions, milliers et unités.

Trace écrite

Lire et écrire un grand nombre

Pour lire ou écrire des grands nombres on s'appuie sur une décomposition en millions, milliers et unités.

Lire un grand nombre (ou l'écrire en lettres) :

4 0 3 0 1 2 0 6 8 = 403 $\overline{\text{M}}$ 12 M 68 U.

Donc ce nombre se lit « quatre-cent-trois millions-douze mille-soixante-huit.

Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités simples		
C $\overline{\text{M}}$	D $\overline{\text{M}}$	$\overline{\text{M}}$	CM	DM	M	C	D	U
4	0	3	0	1	2	0	6	8

Quatre-cent-trois **millions**

douze **mille**

soixante-huit

Attention pour les unités on ne dit pas « unités ».

Les groupements de trois rangs consécutifs s'appellent les "classes" (des unités simples, des milliers, des millions ...).

Ecrire un grand nombre en chiffres :

Cinq-millions-quarante-neuf-mille-sept peut s'écrire 5 \bar{M} 49 M 7U

Donc il s'écrit 5 0 4 9 0 0 7.

Attention quand on écrit en chiffres, on écrit un espace entre les classes pour faciliter la lecture : 5 049 007.

CM2 : ajouter les milliards.

Phase 5 : Exercices d'entraînement individuels. 15 min.

(Cf fiche d'exercices)

Exercice. Complète.

1. Ecris ces nombres en lettres (on peut aussi mettre quelques nombres sans espaces ???)

30 256 :

78 054 :

321 006 :

820 000 :

1 005 250 :

700 200 015 :

820 007 900 :

2 : Ecris ces nombres en chiffres :

Cinq-cent-quatre-vingt-mille-cinq :

Huit-cent-trente-deux-mille-neuf-cent-cinq :

Trois-millions-quatre-cent-cinquante :

Quatre-vingt-dix-huit-millions-quatre-cent-mille :

Neuf-cent-soixante-seize-millions-huit-cent-mille-trois :

Trois-cent-quarante-et-un-millions-deux-cent-trois :

CM2 : ajout de cas avec milliards.

30 020 000 000 :

825 200 000 000 :

Trois-cent-milliards-cinq-cent-mille :

Six-milliards-trente-millions-deux-mille :

Exemples d'exercices de manuels

Décomposer un nombre

Les nouveaux outils pour les maths CM1 (Magnard 2016)

* Décompose comme dans l'exemple.

Ex. : $285\ 125\ 736 = 285\ \text{millions}\ 125\ \text{milliers}\ 736\ \text{unités}$

- | | |
|--------------|--------------|
| a. 2304087 | e. 532854200 |
| b. 15800602 | f. 875250422 |
| c. 42565208 | g. 869248110 |
| d. 580560230 | h. 5699542 |

* Décompose comme dans l'exemple.

Ex. : $36\ 548\ 125 = (36 \times 1000\ 000) + (548 \times 1000) + 125$

- | | |
|--------------|--------------|
| a. 254136500 | e. 802007008 |
| b. 60512742 | f. 702365621 |
| c. 93025706 | g. 15556428 |
| d. 650352745 | h. 6527415 |

* Associe chaque décomposition à un nombre.

- a. $(14 \times 1000) + 5\ 000\ 000 + (7 \times 100)$
b. $(14 \times 1000\ 000) + (7 \times 1000) + (5 \times 10\ 000)$
c. $(4 \times 100\ 000) + 1\ 000\ 000 + (57 \times 1000)$
d. $70\ 000 + (5 \times 1000\ 000) + (14 \times 100)$

14057000 1457000 5014700 5071400

Lire et écrire des grands nombres

Les nouveaux outils pour les maths CM1 (Maqard 2016)

* Recopie les nombres en respectant les espaces entre les classes.

3693587 65874526 2586412
 378912589 125478302 2365458

* **PROBLÈME** Écris les nombres d'habitants en chiffres.

- **Amérique du Nord** : cinq-cent-vingt-huit-millions-sept-cent-cinquante-mille
- **Amérique centrale** : quarante-quatre-millions-onze-mille
- **Amérique du Sud** : quatre-cent-quatre-millions-neuf-cent-trois-mille
- **Europe** : sept-cent-quarante-deux-millions-cinq-cent-mille

* Écris en lettres.

- | | |
|----------------|----------------|
| a. 250 050 000 | d. 200 050 000 |
| b. 25 500 500 | e. 20 500 050 |
| c. 205 500 000 | f. 2 500 500 |

Cap Maths CM1 (Hatier 2016)

Écris en chiffres.

- a. trois-millions
- b. un-million-quatre-cent-mille
- c. un-million-dix
- d. un-million-cent-quatre
- e. cent-millions-trois-cent-mille-dix

Écris en lettres.

- | | |
|---------------|----------------|
| a. 625 000 | d. 130 130 130 |
| b. 1 350 000 | e. 310 013 103 |
| c. 25 025 025 | f. 30 030 303 |

Opération Maths CM1 (Hatier 2016)

Problème

Trouve les nombres de 6 chiffres que l'on peut écrire en utilisant une seule fois chacun des mots ci-dessous.
Écris-les en chiffres.

cent(s) cinq mille vingt

Prolongement pour CM2/6^{ème} : lire de très très grands nombres

Consigne

Le nombre d'étoiles dans l'univers visible est à peu près du même ordre de grandeur que le nombre de grains de sables sur terre (d'après certains calculs : <https://sciencetonante.wordpress.com/2012/07/23/y-a-t-il-plus-detoiles-dans-lunivers-que-de-grains-de-sable-sur-terre/>)

L'enseignant écrit ce nombre en chiffres au tableau : « 100 000 000 000 000 000 000 » (23 zéros !)
Comment peut-on le dire ? Faites une proposition en écrivant sur votre ardoise.

Recherche, individuelle ou par deux.

Réponses possibles :

- Des élèves cherchent à utiliser les mots connus (mille, millions, milliards) et à les combiner. Par exemple avec des milliards de milliards on obtient : « cent-mille-milliards de milliards », avec des millions de millions, on obtient : « cent-mille-millions de millions de millions ».
- D'autres cherchent les noms des grandes unités suivantes en s'appuyant sur leurs connaissances et sur les préfixes « bi » et « tri » devant « illions » et « illiards ». Exemple : « cent-trilliards » ou « cent-mille-trillions ».
- D'autres enfin proposent des billiards ou trilliards ou ... car ils savent que ce sont des très grands nombres mais sans contrôle en lien avec le nombre de chiffres.

Toutes ces propositions sont correctes : « cent-mille-milliards de milliards », « cent-trilliards », « cent-mille-trillions », « cent-mille-millions de millions de millions ».

Mise en commun et synthèse, collectif

L'enseignant recueille plusieurs propositions (justes et erronées) et les fait valider aux élèves. Il commence par les propositions n'utilisant que les mots mille, millions et milliard afin de pouvoir s'appuyer sur les connaissances des élèves.

Pour mettre en évidence la régularité du système, l'enseignant s'appuie sur une extension du tableau de numération qu'il trace au tableau (en classes seulement) ou bien fait apparaître le nom de chaque classe au-dessus des 000.

Une fois que tout le monde est d'accord sur plusieurs désignations, l'enseignant explique qu'en France, officiellement on dit ce nombre « cent-mille-trillions ». Mais « cent-trilliards » est aussi accepté. En appui sur le tableau de numération étendu (tracé au tableau), il montre que le principe des classes s'étend donc aux grands nombres en utilisant les suffixes bi, tri, quadri, quinti, sexti, ...

Enfin pour conclure l'enseignant indique aux élèves que pour travailler avec des grands nombres comme celui-ci en fait on utilise de nouvelles notations avec les puissances, qu'ils étudieront seulement en classe de quatrième. Il est alors possible de montrer un extrait de la vidéo suivante en guise d'approfondissement : <https://www.youtube.com/watch?v=oqMYAVV-hsA> (jusqu'à 5'10)

Compléments pour l'enseignant sur la lecture des très grands nombres :

https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89chelles_longue_et_courte

https://fr.wikipedia.org/wiki/Noms_des_grands_nombres