

Etape 3 (2 séances). Pas de graduation ?

Ces séances abordent l'aspect ordinal du nombre. Cela permet d'apprendre à situer les nombres les uns par rapport aux autres, tout en renforçant les apprentissages précédents (décompositions, lecture/écriture, relations entre unités). Dans une première séance les élèves se familiarisent avec la notion de pas de graduation et apprennent à placer et repérer des nombres sur une demi-droite de manière exacte. Dans la deuxième séance ces connaissances sont réinvesties dans un contexte de comparaison de diamètres des planètes du système solaire, avec l'utilisation d'un placement approximatif. Les relations entre unités sont travaillées ici à travers les relations entre différents pas de graduation (par exemple, entre 0 et 1 000 000 il y a 10 intervalles de 100 000). C'est un point d'appui pour le placement ou le repérage de nombres sur une demi-droite graduée.

Programmes 2016

Comparer, ranger, encadrer des grands nombres entiers, les repérer et les placer sur une demi-droite graduée adaptée.

Exemples de situations : Illustrer les grands nombres à l'aide d'exemples d'ordres de grandeurs (population française, population mondiale, rayon de la Terre, âge du système solaire ...).

Séance 1. 55 minutes.

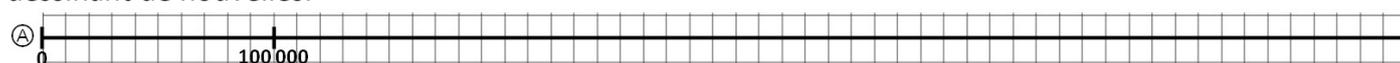
Objectif : Placement et repérage exacts de nombres sur une demi-droite graduée. Appropriation de la notion de « pas » de graduation.

Matériel : fiche élève avec graduations, demi-droites graduées dessinées au tableau (les mêmes que celles de la fiche élève)

Phase 1 : repérages simples de nombres pour se familiariser avec la graduation. 15 min

1.1 Présentation de la situation

Rappeler aux élèves ce qu'est une droite graduée en montrant une demi-droite graduée dessinée au tableau (demi-droite graduée ① de la fiche élève, avec ou sans quadrillage) où sont placés les nombres 0 et 100 000 : on peut placer des nombres sur cette demi-droite, en utilisant les graduations déjà dessinées ou en en dessinant de nouvelles.



Préciser que pour placer (repérer) un nombre sur la demi-droite il faut faire une croix ou un trait vertical sur la demi-droite.

En montrant la fiche, **dire** aux élèves qu'ils vont devoir placer un nombre sur chacune des quatre graduations

①, ②, ③ et ④ et les écrire au tableau :

- Placer le nombre 400 000 sur la demi-droite ①
- Placer le nombre 6 000 000 sur la demi-droite ②
- Placer le nombre 1 100 000 sur la demi-droite ③
- Placer le nombre 7 000 000 sur la demi-droite ④

Leur **distribuer** la fiche (cf. fiche élève).

1.2 Recherche individuelle

Les élèves placent les quatre nombres sur les demi-droites graduées.

1.3 Discussion collective.

Pour la demi-droite ①, **recueillir** différentes réponses au tableau en marquant les différents repères placés par les élèves. Les élèves doivent se mettre d'accord sur un repère. Pour cela on peut utiliser le report de la

grande graduation de 0 à 100 000 et demander aux élèves quel est « le pas » de la graduation utilisée (ici 100 000).

Faire de même pour les demi-droites ③, ④ et ⑤. Pour la demi-droite ⑤ un report de 100 000 en 100 000 sur la graduation permet de constater que l'on ne peut pas dépasser le nombre 6 500 000 et donc que le placement de 7 000 000 n'est pas possible sur cette graduation.

Phase 2 : repérage de nombre sur une même droite. 15 min

2.1 Présentation de la situation

En montrant la demi-droite graduée dessinée ⑥ au tableau, **dire** aux élèves qu'ils vont devoir placer quatre nombres et les écrire au tableau : 4 200 000, 3 500 000, 7 900 000 et 5 750 000.

2.2 Recherche individuelle ou en binôme

Les élèves placent les quatre nombres sur la demi-droite graduée.

2.3 Discussion collective.

Le déroulement est le même que pour la précédente mise en commun.

Cette fois-ci mettre en évidence l'utilisation des petites graduations, dont le pas est de 100 000.

Phase 3 : variations sur les graduations. 15 min

3.1 Présentation de la situation

Dire aux élèves qu'ils vont devoir placer des nombres sur chacune des trois graduations ⑦, ⑧ et ⑨ et les écrire au tableau :

- Placer les nombres 50 000 et 210 000 sur la demi-droite ⑦
- Placer les nombres 3 800 000 et 4 500 000 sur la demi-droite ⑧
- Placer le nombre 24 500 000 sur la demi-droite ⑨

3.2 Recherche individuelle ou en binôme

Les élèves placent les quatre nombres sur la demi-droite graduée.

3.3 Discussion collective.

Le déroulement est le même que pour la précédente mise en commun.

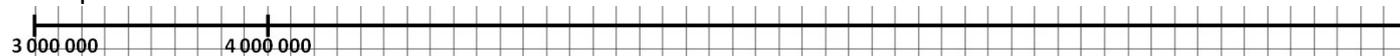
Cette fois-ci mettre en évidence le fait qu'il faut 2 ou 3 petites graduations pour faire une graduation de 10 000 (cas ⑦). Il faut chercher un partage de la « grande » graduation en 10 parties égales.

Phase 4 Synthèse : placement exact d'un nombre sur une demi-droite graduée. 5 min

Faire la synthèse de ce qui a été vu dans la situation précédente.

Une demi-droite graduée possède un pas de graduation, qui est l'écart entre deux graduations.

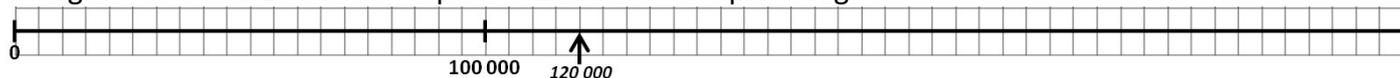
Exemple :



Le pas de cette graduation est un million (1 000 000).

Pour placer ou repérer un nombre sur une demi-droite graduée il faut identifier le pas de la graduation et éventuellement utiliser des sous-graduations.

Exemple : pour placer exactement le nombre 120 000 sur cette demi-droite graduée il faut identifier le pas de la graduation principale (100 000) puis construire une sous-graduation de 10 000 en le partageant en 10. Ici la graduation de 10 000 correspond à 2 carreaux du quadrillage.

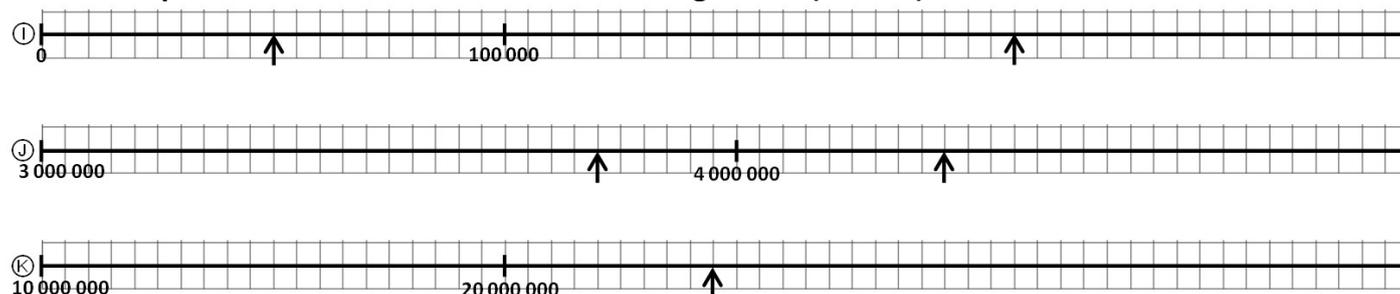


On utilise les relations entre unités pour construire des sous-graduations dix fois plus petites :

- avec un pas de 1 centaine de milliers, on fait 10 dizaines de milliers,
- avec un pas de 1 million, on fait 10 centaines de milliers,
- etc.

Phase 5 Exercice d'entraînement. 5 min

Exercice. Repérer des nombres sur une demi-droite graduée (cf fiche).



Séance 2 : Tailles des planètes (diamètres)

Objectif : réinvestir le placement et repérage en utilisant cette fois des approximations.

Matériel : fiche élève

Phase 1. Ecriture des longueurs des diamètres. 10 min.

Expliquer que l'on va s'intéresser à la taille des planètes du système solaire. On peut s'appuyer sur une vidéo pour introduire le sujet : <https://www.youtube.com/watch?v=9lKT7L0PyVE>

Rappeler ce qu'est un diamètre puis **dicter** les longueurs approximatives des diamètres des planètes (en km) du système solaire et **demandeur** aux élèves de les écrire en chiffres dans le tableau situé sur leur fiche. **Faire venir** un élève au tableau pour écrire le nombre derrière le tableau (ou sur une ardoise, comme dans l'étape 2. Choisir un élève dont on sait qu'il pourrait avoir quelques difficultés dans l'écriture en chiffres

Soleil	Mercure	Venus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
1 392 000	4 879	12 104	12 756	6 794	142 984	120 536	51 118	49 492	2 374

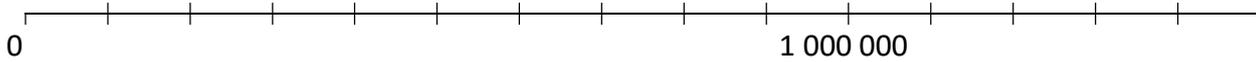
NB : Certains élèves peuvent être déstabilisés de "revenir en arrière", c'est à dire d'écrire des nombres plus petits que 1 000 000. Ils ont alors tendance à écrire en millions.

Corriger immédiatement après l'écriture de chaque nombre en retournant le tableau (ou en montrant l'ardoise). Choisir un élève dont on sait qu'il pourrait avoir quelques difficultés dans l'écriture en chiffres

Phase 2. Placements approximatifs des nombres correspondants aux différents diamètres. 15 min

1. Présentation du problème

Dessiner ou afficher au tableau une demi-droite graduée avec 15 graduations régulières en indiquant où se situent les graduations correspondant aux nombres 0 et 1 000 000.



Chaque élève dispose de la même graduation mais en taille réduite sur sa fiche.

Expliquer aux élèves que pour se donner un ordre de grandeur des différences entre les diamètres des planètes, ils vont placer leur longueur (en km) sur une droite graduée.

Dire aux élèves qu'ils vont commencer par placer le diamètre du soleil sur leur droite graduée et qu'ils nommeront S le point obtenu.

NB : pour le moment l'enseignant ne dit pas quel est le pas de la graduation (100 000) : ce sera aux élèves de le trouver dès le problème 1. Il ne dit pas non plus que le placement est approximatif.

2. Recherche individuelle ou en binôme.

NB : Pour les élèves qui en ont besoin, s'il est difficile d'écrire chaque nombre au niveau de chaque graduation (100 000 étant long et l'espace manquant), il est possible d'écrire en abrégé les unités de numération.

3. Discussion collective.

Choisir d'abord des élèves qui ont fait des erreurs, ce qui permet de se mettre d'accord sur la tâche, sur la graduation de la droite, sur le fait d'avoir une approximation, la façon d'écrire le point S (croix ou trait), etc. Quand un élève vient faire une proposition, il explique son choix puis les autres indiquent s'ils sont d'accord ou pas et pourquoi.

Au cours de la discussion **pointer** le fait que les graduations vont de 100 000 en 100 000 et à écrire les graduations sur la droite : 1 100 000, 1 200 000, 1 300 000, ...

Dès ce premier problème certains élèves voudront être précis pour placer les nombres. Il faut donc leur expliquer que l'on fait ici des approximations. Les élèves peuvent placer le nombre donné en se repérant par rapport au milieu de l'intervalle situé entre chaque graduation ou bien en cherchant un partage approximatif en 10 de la graduation.

Phase 3. Autres placements de nombres (Uranus et Jupiter). 10 min.

1. Présentation du problème

Dire aux élèves qu'ils doivent maintenant placer les diamètres d'Uranus et de Jupiter sur leur droite graduée.

2. Recherche individuelle ou en binôme.

Même déroulement que dans la phase précédente.

Phase 4. Autres placements de nombres (Terre). 15 min.

1. Présentation du problème

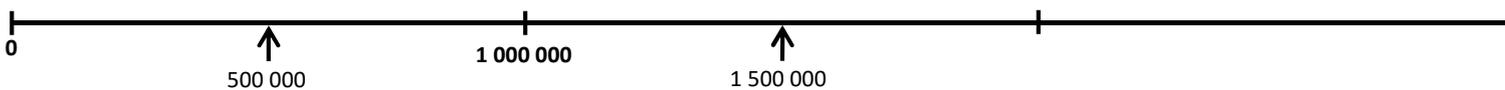
Dire aux élèves qu'ils doivent maintenant placer les diamètres des autres planètes sur leur droite graduée.

2. Recherche individuelle ou en binôme.

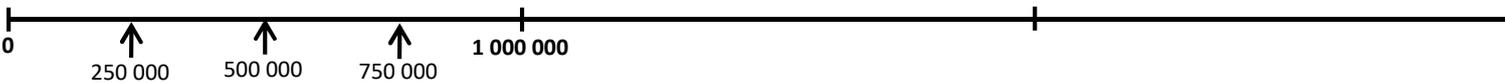
Même déroulement que dans la phase précédente.

Phase 5. Synthèse : placement approximatif d'un nombre sur une demi-droite graduée. 5 min.

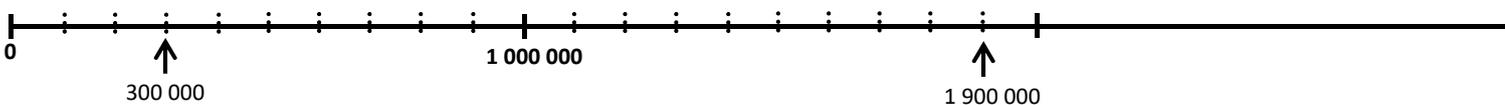
Pour placer un nombre approximativement entre deux graduations on peut utiliser **le milieu de l'intervalle** formé par ces graduations. Par exemple, entre 0 et 1 000 000, on obtient le nombre 500 000, entre 1 000 000 et 2 000 000 on obtient le nombre 1 500 000, etc.



On peut recommencer ce procédé pour obtenir des moitiés de moitiés ...



Il est aussi possible d'utiliser **un partage approximatif en 10 de l'intervalle**. Par exemple pour placer 300 000 entre 0 et 1 000 000, on découpe l'intervalle en 10 et on prend la 3^{ème} graduation. Pour placer 1 900 000 entre 1 000 000 et 2 000 000, on découpe l'intervalle en 10 et on prend la 9^{ème} graduation à partir de 1 000 000.



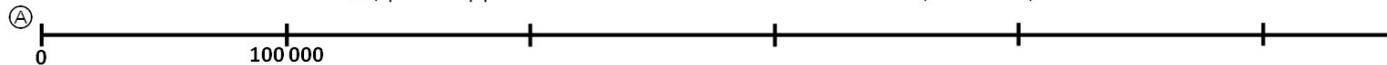
On utilise les relations entre unités pour construire des sous-graduations dix fois plus petites : ici pour un pas de 1 million, avec un partage en 10 on obtient une nouvelle graduation en centaines de milliers.

Phase 6. Entraînement. 10 min.

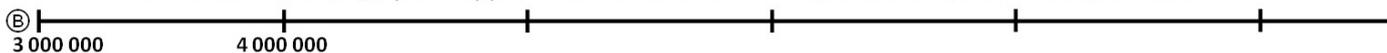
Voir fiche élève.

Exercices : placer des nombres approximativement sur une droite graduée

Sur la demi-droite (A), place approximativement les nombres 250 000, 120 000, 75 000 et 405 000



Sur la demi-droite (B), place approximativement les nombres 6 900 000, 5 300 000 et 3 600 000



Détermine une valeur approximative des nombres qui sont repérés par une flèche sur la demi-droite (C)

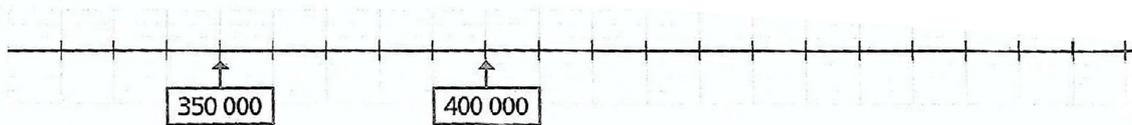


CM2 : avec des milliards (cf fiche)

Exemples d'exercices de manuels

Placer un nombre sur une demi-droite graduée

Opération Maths CM1 (Hatier 2016)



a. Complète : « Cette portion de droite est graduée de ... en ... »

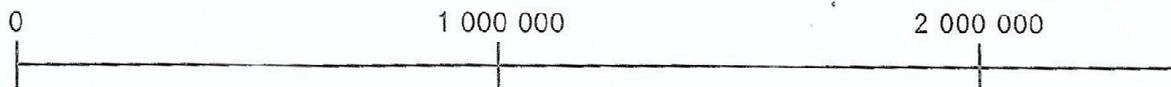
b. Parmi les nombres 330 000 430 000 375 000 470 000 445 000 ,
quels sont ceux qui sont exactement sur un trait de graduation ?

Place-les sur la droite. Place approximativement les autres entre deux graduations.

Cap Maths CM1 (Hatier 2016)

Recopie cette échelle de nombres.

Écris chaque nombre en chiffres, puis place-le approximativement sur l'échelle de nombres.



a. cinq-cent-mille

b. un-million-sept-cent-mille

c. un-million-cent-mille

d. un-million-quatre-cent-cinquante-mille

e. trois-cent-cinquante-mille

f. huit-cent-mille-huit-cents

Comparer, ranger, encadrer des nombres

Les nouveaux outils pour les maths CM1 (Maqard 2016)

* Souligne le chiffre qui te permet
de comparer les deux nombres, puis écris
le signe < ou >.

a. 205 013 ... 325 120

b. 821 150 ... 830 958

c. 240 580 ... 240 528

* Recopie et souligne le chiffre qui te
permet de comparer ces deux nombres.
Écris le signe < ou >.

a. 230 500 000 ... 280 000 000

b. 12 600 000 ... 120 600 000

c. 502 000 600 ... 502 600 000

d. 850 750 500 ... 850 750 050

* Recopie le plus petit nombre de
chaque série.

a. 15 254 – 150 254 – 105 254 – 100 254

b. 810 020 – 801 200 – 810 200 – 801 020

* a. Range dans l'ordre croissant :

5 420 300 – 105 260 485 – 15 960 800

25 654 750 – 501 560 850 – 60 000 500

b. Range dans l'ordre décroissant :

4 500 200 – 45 002 000 – 405 200 000

45 200 000 – 4 200 500 – 54 000 200

Opération Maths CM1 (Hatier 2016)

Encadre les nombres par deux centaines consécutives.

a. ... < 59 387 < ...

b. ... < 6 956 < ...

c. ... < 302 064 < ...

Encadre les nombres par deux unités de mille consécutives.

a. ... < 59 387 < ...

b. ... < 6 956 < ...

c. ... < 302 064 < ...

Encadre les nombres par deux dizaines de mille consécutives.

a. ... < 59 387 < ...

b. ... < 6 956 < ...

c. ... < 302 064 < ...

Écris le nombre qui vient juste après :

a. 12 099

b. 54 200

c. 405 989

d. 99 999

8 Écris le nombre qui vient juste avant :

a. 39 010

b. 304 300

c. 79 265

d. 400 000

Prolongement pour les CM2 et 6^{ème} : distances des planètes au soleil dans le système solaire

Commencer par dire aux élèves que l'on s'intéresse maintenant aux distances des planètes au soleil, dans le système solaire. **Dictier** les distances approximatives des planètes au soleil (en km). Les élèves les écrivent en chiffres dans le tableau situé sur leur fiche.



Corriger immédiatement après l'écriture de chaque nombre pour s'assurer qu'il n'y a pas d'erreur.

Tracer une droite graduée au tableau avec 6 graduations (de 0 à 6 milliards), en plaçant les nombres 0 et 1 milliard.

De la même manière que dans la séance 2, les élèves placent d'abord les distances au soleil de : Pluton (P), Saturne (Sa) et de la Terre (T)

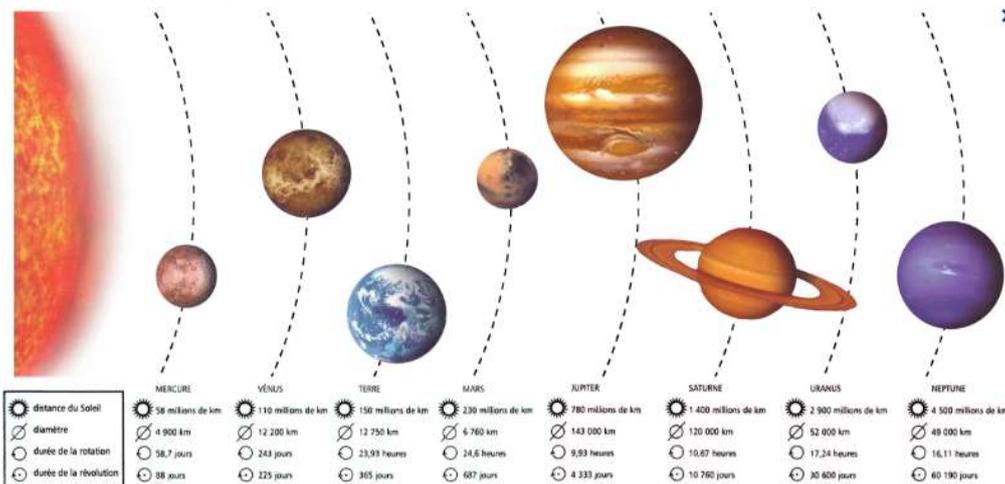
Ceci est suivi d'une discussion collective.

Ensuite, individuellement, chaque élève place les distances au soleil de : Neptune (N), Uranus (U), Jupiter (J), Mars (Ma), Venus (V) et Mercure (Me)

Ce travail peut être poursuivi par une analyse critique collective d'une représentation du système solaire

L'enseignant présente cette image à ses élèves (possible avec les CM1 aussi) comme étant une représentation du système solaire trouvée sur un site internet. Il leur demande ce qu'ils pensent de la façon dont sont représentées les planètes sur cette image.

Ce travail permet de revenir à la fois sur les tailles relatives des diamètres des planètes (séance 2) et sur les distances des planètes au soleil (prolongement CM2). Dans les deux cas les droites numériques construites permettent de voir que sur cette représentation les rapports des diamètres ou des distances au soleil ne sont pas respectés. On peut expliquer cela par le besoin de lisibilité. Qui en contrepartie peut induire des représentations erronées chez les élèves.



<https://www.edumoov.com/fiche-de-preparation-sequence/6294/sciences-et-technologie/ce2-cm1/le-mouvement-de-la-terre-et-sa-position-dans-le-systeme-solaire>

NB : on peut aussi regarder les manuels des élèves pour vérifier si la représentation est exacte

Pour finir, l'enseignant peut présenter une vidéo sur la taille des planètes pour donner un autre point de vue : <https://www.youtube.com/watch?v=liQyRZgxsqs> (seulement 1min14s, très visuel)

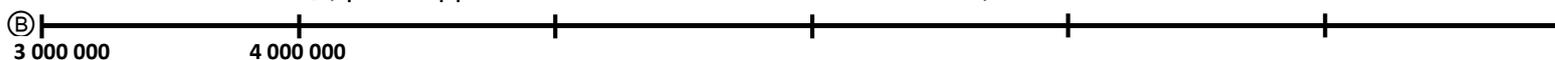
Exercices

Exercice. Placements et repérages approximatifs.

Sur la demi-droite (A), place approximativement les nombres 250 000, 120 000, 75 000 et 405 000



Sur la demi-droite (B), place approximativement les nombres 6 900 000, 5 300 000 et 3 600 000



Détermine une valeur approximative des nombres qui sont repérés par une flèche sur la demi-droite (C)



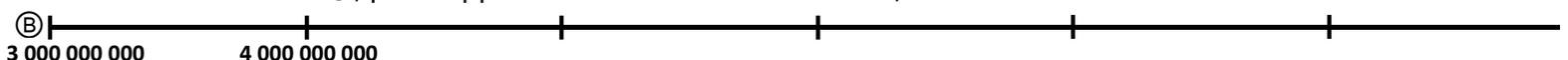
CM2 : avec milliards.

CM2. Exercice. Placements et repérages approximatifs.

Sur la demi-droite (A), place approximativement les nombres 2 500 000, 1 200 000, 750 000 et 4 005 000



Sur la demi-droite (B), place approximativement 6 900 000 000, 5 300 000 000 et 3 600 000 000

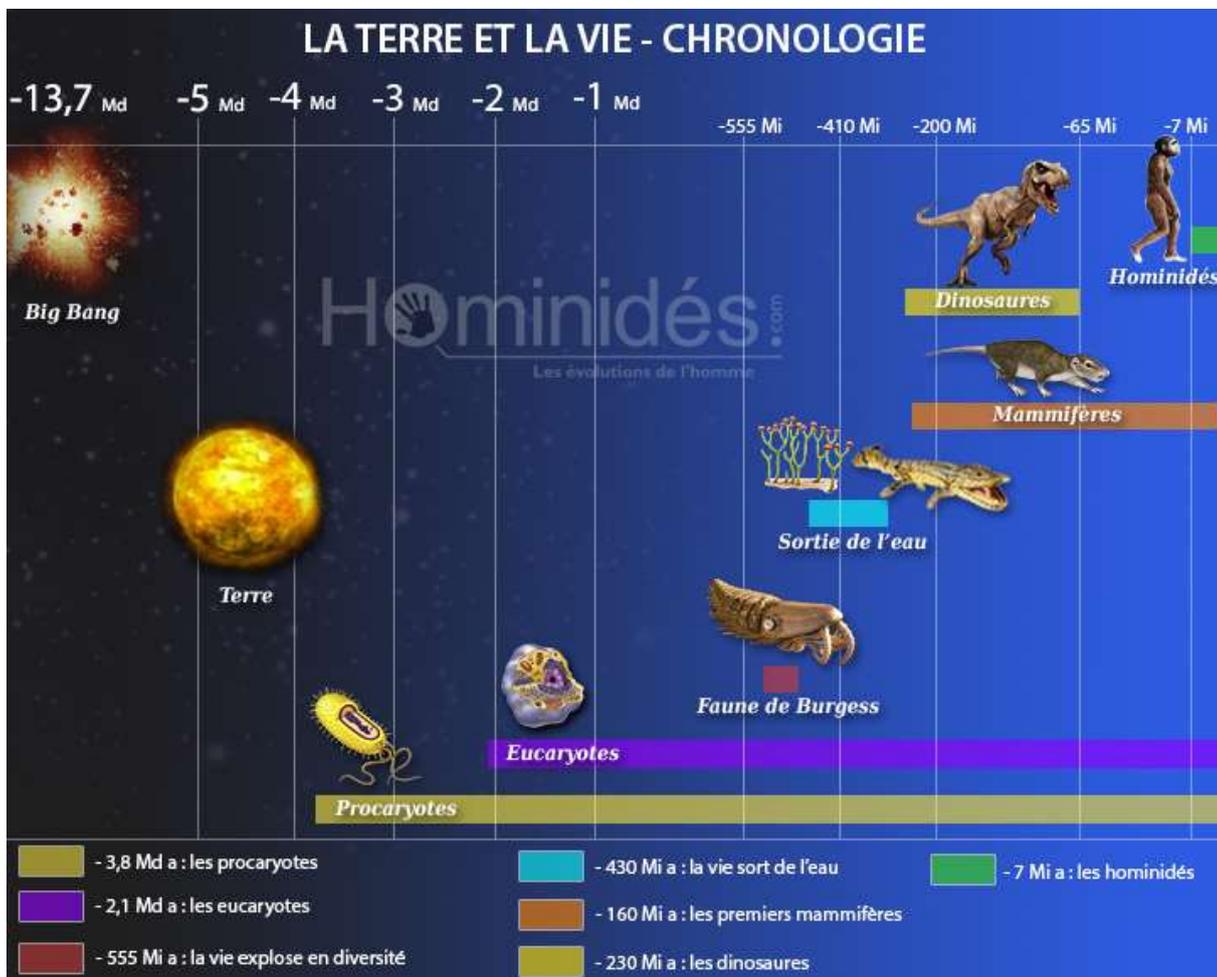


Détermine une valeur approximative des nombres qui sont repérés par une flèche sur la demi-droite (C)



Prolongement pour les CM1, CM2 et 6ème : frise chronologique

Dire aux élèves qu'on a trouvé cette frise chronologique sur internet qui donne la date de grands événements liés à l'apparition de la vie sur Terre et son évolution :



<http://www.hominides.com/html/chronologie/chronoterre.php>

Commencer par poser quelques questions collectivement pour que les élèves s'approprient le document :

- Depuis combien de temps la vie est-elle apparue sur Terre ?
- Depuis combien de temps les mammifères sont apparus ?
- ...

Les élèves sont ensuite amenés à discuter de la représentation utilisée, comme pour les planètes afin de faire constater la non régularité de l'échelle utilisée. L'enseignant propose alors de placer ces événements sur une droite graduée régulièrement afin de se donner une idée plus juste de leur répartition dans le temps. Le problème proposé aux élèves consiste à construire une droite graduée régulière permettant de placer les événements suivants :

- Premiers mammifères : 160 millions d'années
- Premiers dinosaures : 230 millions d'années
- Apparition des hominidés : 7 millions d'années
- Disparition des dinosaures : 65 millions d'années

Il revient donc aux élèves de choisir la « taille » du pas de graduation (suffisamment grand pour que le placement de 7 millions notamment soit visible, mais pas trop grand pour que 230 millions puisse être placé). Ils peuvent avoir à faire plusieurs essais avant de trouver un pas qui convienne.

La mise en commun porte donc à la fois sur la validité du placement sur la graduation et sur le choix de « taille » de la graduation.

Pour les CM2/6^{ème} seulement on peut ajouter les événements suivants :

Formation de la terre : 4,6 milliards d'années / Apparition de la vie dans les océans : 3,5 milliards d'années / Premières traces de vie hors de l'eau : 430 millions d'années.